

# Épreuve de mathématiques

## 2h00–100 points

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

***La dernière page de l'énoncé sera insérée dans la copie double.***

### Exercice 1: (10 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

**Affirmation 1 :** Pour tous les nombres  $x$ , on a :  $(x - 5)^2 - 25 = x(x - 10)$

**Affirmation 2 :**  $1\,300 \text{ MWh} = 1,3 \times 10^8 \text{ Wh}$ .

**Affirmation 3 :** La somme de deux multiples de 3 est toujours un multiple de 3.

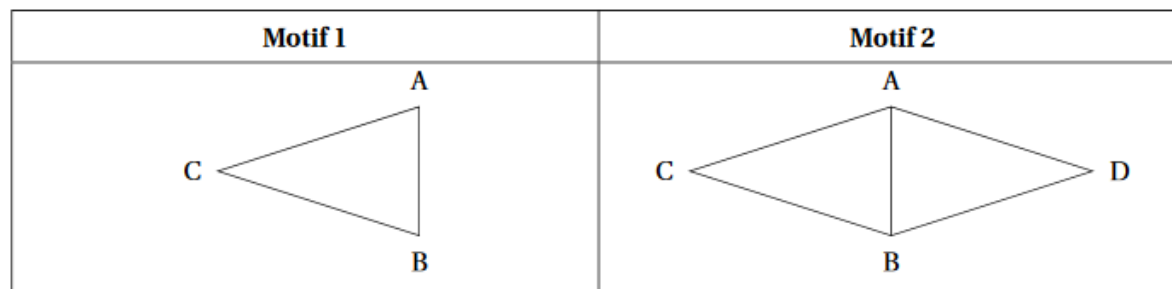
**Affirmation 4 :**  $\frac{10^9 \times (10^2)^{-3}}{10^{-2}} = 10^1$

## Exercice 2 : (5 points)

Gaspard travaille avec un logiciel de géométrie dynamique pour construire une frise.

Il a construit un triangle ABC isocèle en C (motif 1) puis il a obtenu le losange ACBD (motif 2).

Voici les captures d'écran de son travail.

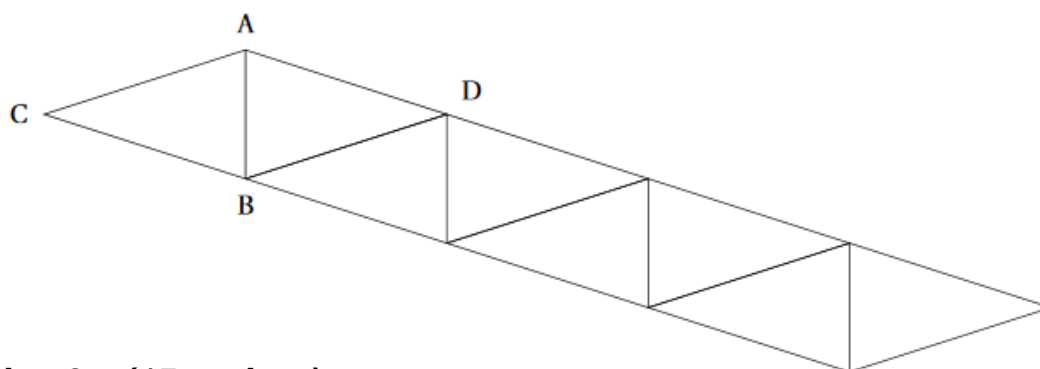


1. Préciser une transformation permettant de compléter le motif 1 pour obtenir le motif 2.

2. Une fois le motif 2 construit, Gaspard a appliqué à plusieurs reprises une translation.

Il obtient ainsi la frise ci-dessous.

Préciser de quelle translation il s'agit.



## Exercice 3 : (15 points)

1. Effectuer la décomposition en facteurs premiers des entiers 168 et 180.

2. Rendre irréductible la fraction  $\frac{168}{180}$ .

3. Dédurre de la question 1), le plus grand diviseur commun de 168 et 180.

4. Un chocolatier vient de fabriquer 168 œufs de Pâques et 180 poissons en chocolat. Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après mise en paquet, il reste ni œufs, ni poissons.

Le chocolatier peut-il faire 21 paquets? Justifier.

5. Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet?

#### Exercice 4 : (25 points)

Un équipage participant à une régates, décide de refaire les voiles de son trois mâts. Les points D, F et G sont alignés ainsi que les points B, C, E et G.

1. La petite voile est représentée par le triangle EFG rectangle en E avec :

$$EG = 4,5 \text{ m et } FG = 7,5 \text{ m. Montrer que } EF = 6 \text{ m.}$$

2. La voile moyenne est représentée par le triangle DEC rectangle en C avec  $EC = 7,5 \text{ m}$ .

a) A l'aide des configurations géométriques codées sur la figure, démontrer que les droites (DC) et (EF) sont parallèles.

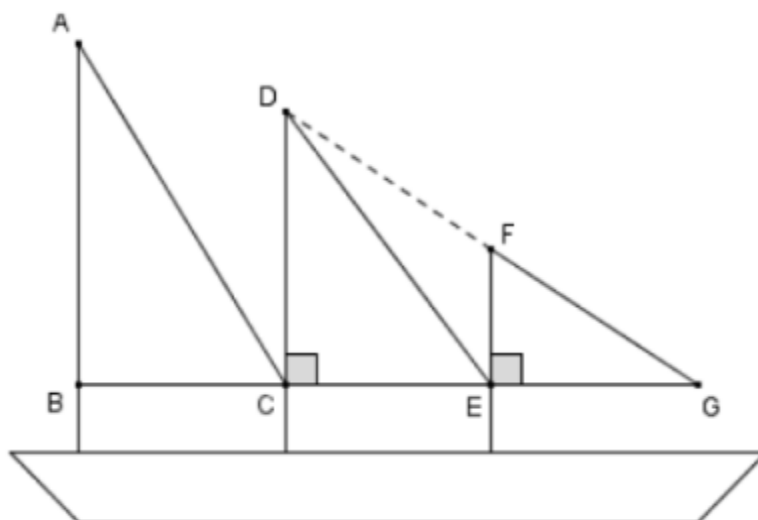
b) Calculer la distance DC.

3. Pour la grande voile, représentée par le triangle BAC, l'équipage a déjà les mesures qui sont :  $AB = 24 \text{ m}$ ,  $BC = 7 \text{ m}$  et  $AC = 25 \text{ m}$ .

Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

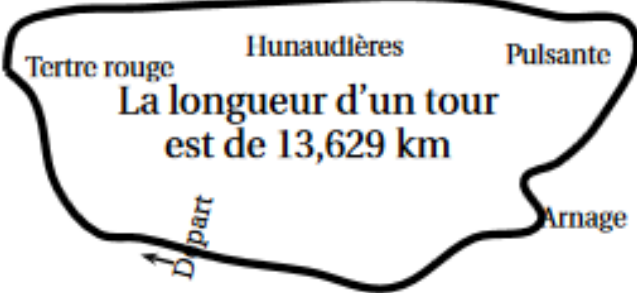
4. Déterminer la surface de toile nécessaire pour refaire les trois voiles.

Le schéma n'est pas à l'échelle.



### Exercice 5 : ( 10 points)

Les « 24 heures du Mans » est le nom d'une course automobile.

<p><b>Document 1 : principe de la course</b> Les voitures tournent sur un circuit pendant 24 heures. La voiture gagnante est celle qui a parcouru la plus grande distance.</p>	<p><b>Document 2 : schéma du circuit</b></p> 
<p><b>Document 3 : article extrait d'un journal</b></p> <p style="text-align: center;"><b>5 405,470</b> C'est le nombre de kilomètres parcourus par l'Audi R15+ à l'issue de la course.</p>	<p><b>Document 4 : unités anglo-saxonnes</b> L'unité de mesure utilisée par les anglo-saxons est le mile par heure (mile per hour) noté mph. 1 mile <math>\approx</math> 1 609 mètres</p>

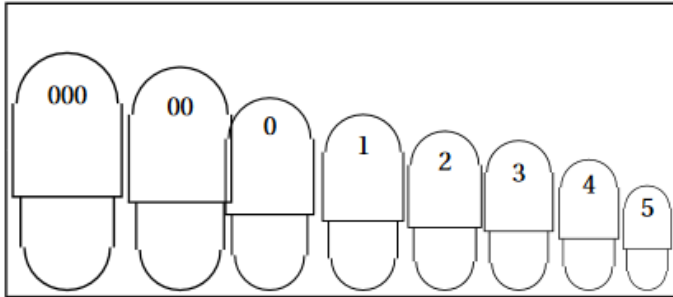
1. Déterminer le nombre de tours complets que la voiture Audi R15+ a effectués lors de cette course.
2. Calculer la vitesse moyenne en km/h de cette voiture. Arrondir à l'unité.
3. On relève la vitesse de deux voitures au même moment :
  - Vitesse de la voiture n° 37 : 205 mph.
  - Vitesse de la voiture n° 38 : 310 km/h.

Quelle est la voiture la plus rapide ?

## Exercice 6 : (15 points)

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.

On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-contre (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit) :



On rappelle les formules suivantes :

Volume d'un cylindre :  $V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

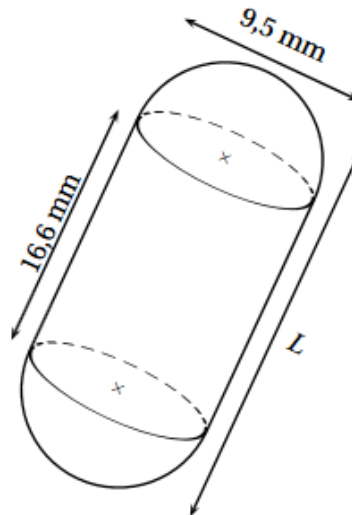
Volume d'une sphère :  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$

Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur $L$ de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : « Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Conti-Snap

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.



Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.

1. A quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.
2. Montrer qu'une valeur arrondie du volume de la gélule est de  $1\,626 \text{ mm}^3$ .
3. Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus. Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de  $6,15 \times 10^{-4} \text{ g/mm}^3$ .

La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.

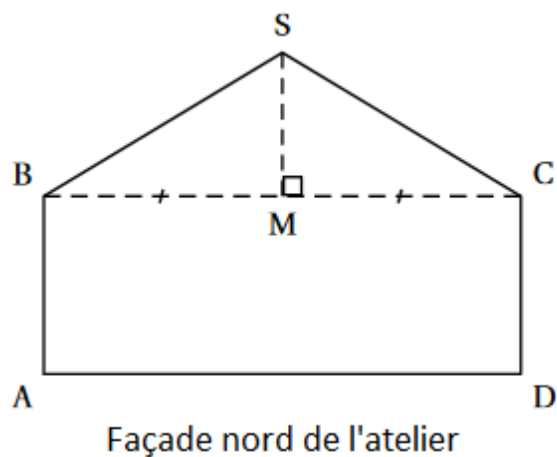
Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ? Donner le résultat en grammes arrondi à l'unité.

**Exercice 7 : (10 points)**

Monsieur Duchêne veut recouvrir de bois la façade nord de son atelier. Cette façade ne comporte pas d'ouverture. On donne :

$AD = 6 \text{ m}$  ;  $AB = 2,20 \text{ m}$  et  $SM = 1,80 \text{ m}$ .

M est le milieu de [BC].



1. Montrer que l'aire de la façade ABSCD de l'atelier est de  $18,6 \text{ m}^2$ .
2. Les planches de bois qui serviront à recouvrir cette façade sont conditionnées par lots. Un lot permet de couvrir une surface de  $1,2 \text{ m}^2$ .
  - a. Combien de lots monsieur Duchêne doit-il acheter au minimum ?
  - b. Pour être sûr de ne pas manquer de bois, monsieur Duchêne décide d'acheter 18 lots. Un lot est vendu au prix de 49 €.

Combien monsieur Duchêne devra-t-il payer ?

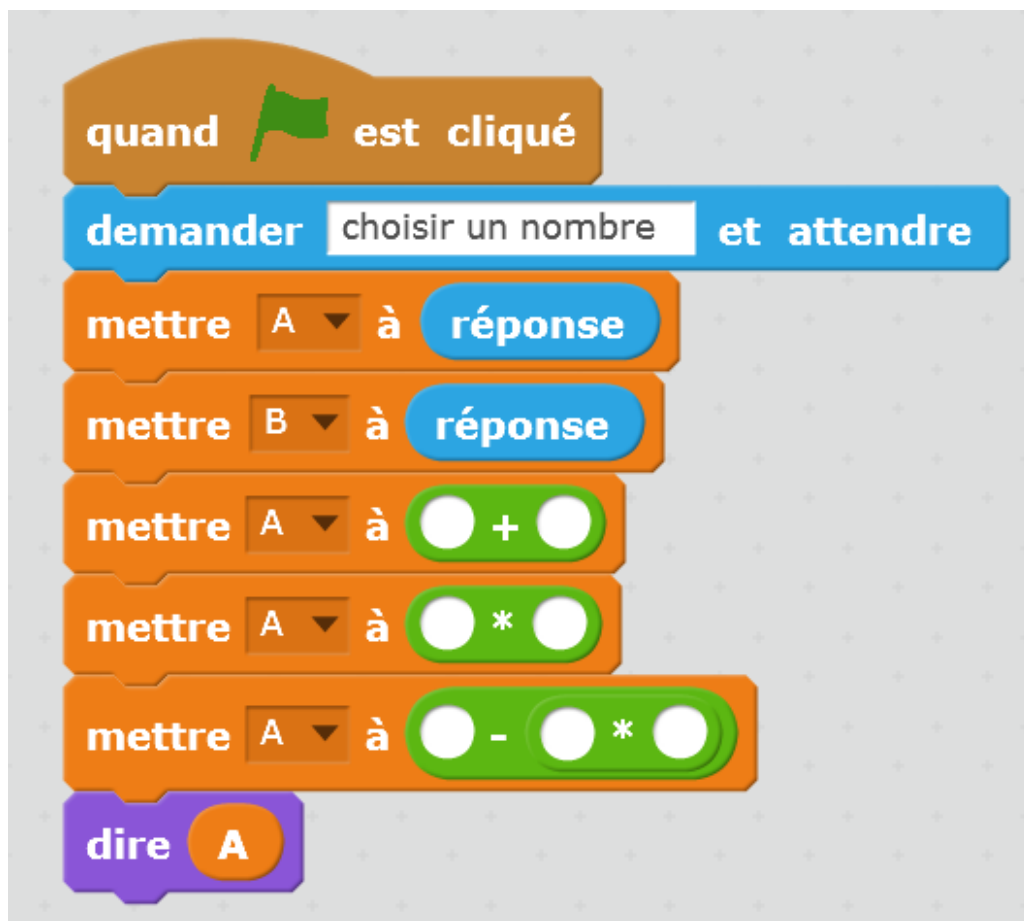
- c. Monsieur Duchêne a bénéficié d'une remise de 12 % sur la somme à payer.

Finalement, combien Monsieur Duchêne a-t-il payé ?

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Calculer le carré de cette somme.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat obtenu.

- 1) Vérifier qu'en choisissant 7 comme nombre de départ, le résultat obtenu avec ce programme est 95.
- 2) Calculer le résultat obtenu avec ce programme lorsque le nombre choisi au départ est 10.
- 3) Si le nombre choisi au départ est  $x$ , trouver l'expression du résultat obtenu à l'aide de ce programme en fonction de  $x$ . Développer et réduire l'expression trouvée.
- 4) Le programme précédent a été écrit en langage scratch :



- a. Quelles sont les variables créées pour ce programme ?
- b. **Compléter sur l'énoncé**, le script ci-dessus.